PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 14. 6. Januar 1900. 1. Jahrgang.

INHALT.

Originalmitteilungen.
P. Drude, Zur Ionentheorie der Metalle. S. 161.
K. Schreber, Das Ostwaldsche Masssystem II. S. 165.
E. Ruhmer, Über den Einfluss der Selbstinduktion auf die Unterbrechungszahl beim Wehnelt-Unterbrecher. S. 166.
Th. Bruger, Über einen Compensationsapparat mit Kurbelschaltung. S. 167.

Vorträge und Reden.
L. Boltzmann, Festrede anlässlich der Enthüllung des Denkmals des Universitätsprofessors Dr. Joseph Loschmidt. S. 169.

Vorträge und Discussionen von der 71. Naturforscherversammlung zu München:
17. E. Warburg, Referat über Wärmeeinheit. S. 171.
18. C. Linde, Die Anwendbarkeit flüssiger Luft in der Technik. S. 173.
19. H. Lorenz, Über den Ungleichförmigkeitsgrad von Dampfmaschinen. S. 175.

Referate.
M. Reinganum, Theorie und Aufstellung einer Zustandsgleichung. S. 175.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Ionentheorie der Metalle.

Von P. Drude.

Giese[1]) hat wohl zuerst die Anschauung ausgesprochen, dass die Elektricitätsleitung auch in Metallen an Ionen geknüpft sei. Es ist nun interessant, dass diese Anschauung auch zu einer einfachen und widerspruchsfreien Erklärung der optischen Eigenschaften der Metalle führt, während andere Versuche, eine theoretische Kontinuität der optischen Eigenschaften der Metalle mit den elektrischen Eigenschaften derselben herzustellen, bisher nicht völlig erfolgreich gewesen sind; man war mindestens zu komplizierten Annahmen gezwungen.[2])

Da bei den Metallen ein sichtbarer Massentransport fehlt, so nimmt Giese an, dass die Ionen nur auf einer sehr kleinen Weglänge den elektrischen Strom als reinen Konvektionsstrom führen, dass sie dann aber ihre Ladungen an anstossende Ionen abgeben. Wenn wir nun von diesen vielleicht nur sehr kurz dauernden Vorgängen eines Elektricitätstransportes ohne Mitbewegung einer Masse absehen, und wenn wir die Masse aller Ionen, welche ihre Ladung durch Berührung übertragen können, als gleich annehmen, so können wir einen unter der Wirkung einer konstanten elektrischen Kraft eintretenden Strom in einem Metalle doch schliesslich auffassen, als ob Ionen einer bestimmten Masse m und unveränderlichen Ladung e mit einer im Mittel konstanten Geschwindigkeit wanderten, die proportional sein muss zu der den Strom treibenden elektrischen Kraft und zu der Ladung e des Ions. Es möge die Anzahl dieser Ionen in der Volumeneinheit mit $\mathfrak{N}$ bezeichnet werden. Es müssen mehrere, mindestens zwei Ionengattungen vorhanden sein; falls nämlich keine Stelle freie Ladung enthält, muss sein

$$\Sigma \mathfrak{N} e = 0. \qquad (1)$$

Fassen wir nun zunächst wieder nur eine Ionengattung ins Auge, bezeichnen mit ξ, η, ζ die Komponenten der Entfernung eines Ions aus der Ruhelage, so ist also für eine konstante elektrische Kraft X zu setzen:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = veX. \qquad (2)$$

Wir können die Gleichung (2) in bekannter Weise so interpretieren, dass unter der Wirkung einer mit $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ proportionalen Reibungskraft das Ion eine konstante Geschwindigkeit annimmt, falls X dauernd konstant ist. Wenn nun X im Laufe der Zeit sich ändert, so ist demgemäss die Bewegungsgleichung des Ions:

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = eX - \frac{1}{v} \frac{\partial \xi}{\partial t} \qquad (3)$$

Die Grösse $1/v$ wollen wir die Reibung des Ions nennen, v könnte seine Beweglichkeit heissen. v ist die Geschwindigkeit, welche das Ion annimmt, falls fortdauernd die Krafteinheit (1 Dyne) auf dasselbe wirkt.

Würde man die Annahme einführen, dass das Ion auch mit einer zu ξ proportionalen Kraft in die Ruhelage zurückgetrieben wird, so würde die Bewegungsgleichung lauten:

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = eX - \frac{1}{v} \frac{\partial \xi}{\partial t} - p\xi. \qquad (4)$$

Dies ist ja der bekannte Ansatz, den man zur Erklärung der optischen Eigenschaften von Isolatoren machen kann. In der That erhält man in diesem Falle, dass für ein konstantes X das Ion sich nur um ein endliches Stück ξ verschiebt. Wenn es also auf diesem Wege kein Ion trifft, an das es seine Ladung abgeben kann, so kann auch ein konstantes X keinen dauernden

1) W. Giese, Wied. Ann. 37, S. 576, 1889.
2) Vgl. darüber P. Drude, Physik des Aethers, S. 562 bis 571.

Strom hervorrufen. Wir wollen daher Ionen, für welche die Bewegungsgleichung (4) gilt, isolierende Ionen nennen, dagegen Ionen, welche der Gleichung (3) gehorchen, leitende Ionen. Streng genommen wird auch bei den leitenden Ionen ein Antrieb zur Ruhelage vorhanden sein, die Gleichung (3) kann aber überhaupt schon aus dem Grunde nicht für jeden Zeitmoment streng gelten, weil die leitenden Ionen durch Stösse der benachbarten Ionen Bewegungsänderungen erfahren. Daher ist die Gleichung (3) nur aufzufassen als eine im Durchschnitt geltende Gleichung. Mir scheint sie wenigstens die einfachste Annahme zu sein, um auch die Leitungseigenschaften in die Dispersionsgleichungen aufzunehmen, und wir wollen sehen, wie weit wir mit dieser Gleichung (3) kommen.[1])

Es lässt sich nun leicht ableiten, dass die x-Komponente j'_x der Stromdichte, welche durch die Verschiebung ξ einer Ionengattung herbeigeführt wird, den Werth hat:

$$j'_x = e\,\mathfrak{N}\,\frac{\partial \xi}{\partial t}, \tag{5}$$

und zwar wird $j'x$ elektrostatisch gemessen, falls e so definiert ist. Wir wollen alle elektrische Grössen nach elektrostatischem Masssystem messen. Sind mehrere Ionengattungen vorhanden, so ist die gesamte Stromdichte, welche durch die Ionenwanderung herbeigeführt wird:

$$\Sigma j'_x = e_1\,\mathfrak{N}_1\,\frac{\partial \xi_1}{\partial t} + e_2\,\mathfrak{N}_2\,\frac{\partial \xi_2}{\partial t} = \Sigma\, e\,\mathfrak{N}\,\frac{\partial \xi}{\partial t}, \tag{6}$$

wobei die unteren Indices sich auf die verschiedenen vorhandenen Ionengattungen beziehen. Die überhaupt vorhandene Stromdichte j_x wird nun dadurch erhalten, dass zu dem Ausdruck (6) noch der Verschiebungsstrom im Äther, der nach Maxwell an jeder Stelle des Raumes vorhanden ist, hinzuaddiert wird, und der den Wert hat

$$j^0_x = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial X}{\partial t}, \tag{7}$$

falls man die Dielektricitätskonstante des Äthers stets gleich 1 setzt. Dies ist entschieden der einfachste und am konsequentesten durchzuführende Standpunkt, nämlich anzunehmen, dass die Verschiedenheit der materiellen Körper in elektrischer Hinsicht nur durch Verschiedenheit in den Eigenschaften der Ionen herbeigeführt wird, dass aber die Ionen in einem überall gleich beschaffenen Raum, dem Äther, lagern.

Durch Addition von (6) und (7) erhält man daher als X-Komponente der Gesamtstromdichte:

$$j_x = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial X}{\partial t} + \Sigma\, e\,\mathfrak{N}\,\frac{\partial \xi}{\partial t}. \tag{8}$$

1) Bei Lichtschwingungen ist die Annahme dieser Gleichung um so unbedenklicher, als sich herausstellt, dass auch bei der intensivsten Beleuchtung die Amplitude der Ionen-Bewegung nicht annähernd Werte erreicht, welche von der Ordnung der Wirkungssphäre der Molekularkräfte sind.

Für konstantes X ergiebt sich aus (3), falls für $t=0$ $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ Null ist:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = v e X (1 - e^{-t/mv}). \tag{9}$$

Setzen wir

$$m v = \vartheta / 2\pi, \tag{10}$$

so bedeutet ϑ die Zeit, während der eine konstante elektrische Kraft X wirken muss, bis dass das Ion von der Ruhe aus eine Geschwindigkeit annimmt, die nur noch um den $e^{2\pi}$ten Teil, d. h. um etwa $^1/_5$ Proz., geringer ist, als die schliesslich erreichbare Endgeschwindigkeit (evX). Diese Zeit ϑ soll die Anregungszeit des Ions genannt werden.

Für $t=\infty$ ergiebt sich aus (9) und (8) bei konstantem X:

$$j_x = \Sigma\, e^2 v \mathfrak{N}\cdot X = \sigma' \cdot X. \tag{11}$$

Die Konstante

$$\sigma' = \Sigma\, e^2\, v\, \mathfrak{N} \tag{12}$$

hat also die Bedeutung der nach absolutem elektrostatischen Mass gemessenen Leitfähigkeit des Körpers. Die einzelnen Anteile von σ':

$$\sigma_1 = e_1{}^2 v_1 \mathfrak{N}_1, \quad \sigma_2 = e_2{}^2 v_2 \mathfrak{N}_2, \text{ etc.} \tag{13}$$

sollen die Leitfähigkeiten der einzelnen Ionengattungen genannt werden.

Falls sich X und dadurch ξ periodisch im Laufe der Zeit ändern, so sind diese Grössen proportional mit $e^{i\cdot 2\pi t/\tau}$ zu setzen,[1]) falls $i=\sqrt{-1}$ ist und τ die Periode bedeutet. Dann wird nach (3) und (10) für die leitenden Ionen:

$$e\frac{\partial \xi}{\partial t} = -i\frac{\tau}{2\pi}\,\frac{e^2 v}{1+i\vartheta/\tau}\cdot\frac{\partial X}{\partial t}. \tag{14}$$

Wir wollen hier nur leitende Ionen annehmen. Nach (8) und (14) wird dann:

$$4\pi j_x = \frac{\partial X}{\partial t}\left\{1 - 2 i \tau\, \Sigma\, \frac{\sigma}{1+i\vartheta/\tau}\right\}. \tag{15}$$

Wenn man nun setzt

$$4\pi j_x = \varepsilon\frac{\partial X}{\partial t}, \tag{16}$$

wobei ε eine reelle oder komplexe von τ abhängige Grösse sein kann, so ist bekanntlich,[2]) wenn man im übrigen an den Maxwellschen Gleichungen festhält, der Brechungsindex n und der Absorptionsindex $\varkappa$ des Körpers gegeben durch

$$n^2(1-i\varkappa)^2 = \varepsilon. \tag{17}$$

Durch Vergleichung von (15), (16) und (17) und durch Trennung der reellen von den imaginären Bestandteilen entstehen daher die beiden Beziehungen

1) Eigentlich sind die Grössen den reellen Teilen von $e^{i\,2\pi t/\tau}$ proportional. Auf diesen bekannten Punkt brauche ich wohl nicht einzugehen.

2) Vgl. z. B. P. Drude, Physik des Äthers, S. 563. Das dortige k ist identisch mit der hier gebrauchten Bezeichnung $n\varkappa$.

$$n^2(\varkappa^2 - 1) = 2\,\Sigma \frac{\sigma\vartheta}{1 + (\vartheta/\tau)^2} - 1 = A \quad (18)$$

$$2\,n^2\varkappa = 2\tau\,\Sigma \frac{\sigma}{1 + (\vartheta/\tau)^2} = B, \quad (19)$$

woraus sich leicht ergiebt:

$$2\,n^2\varkappa^2 = A + \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (20)$$

$$2\,n^2 = -A + \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{B^2}{A + \sqrt{A^2 + B^2}}. \quad (21)$$

Da jedes σ und ϑ für jede Ionengattung positiv ist (da v stets positiv ist), so lassen sich folgende Schlüsse für Körper, in denen nur Leitungsionen sind (Metalle), ziehen:

1. Es kann $\varkappa > 1$ sein.[1])

2. Wenn $\varkappa < 1$ ist, muss stets $n^2(1 - \varkappa^2) < 1$ sein.

3. Es ist stets $n^2\varkappa < \tau\,\Sigma\,\sigma$, d. h. $n^2\varkappa < \tau\sigma'$.[2])

4. Je mehr bei einem Metall $n^2\varkappa$ unter dem Werte $\tau\sigma'$ liegt, um so grösser muss mindestens für einige Ionengattungen, deren Leitfähigkeit σ ein merkbarer Bestandteil der Gesamtleitfähigkeit σ' des Körpers ist, ihre Anregungszeit ϑ im Vergleich zur Lichtperiode τ sein. Um so grösser ist dann A im Vergleich zu B, d. h. um so grösser ist $\varkappa$ und um so kleiner ist n.

5. $n\varkappa$, $n^2\varkappa$ und $n^2(\varkappa^2 - 1)$ müssen stets mit τ wachsen.

6. n wächst im allgemeinen mit τ. Es kann aber auch, besonders bei den Metallen mit kleinen n und grossen $\varkappa$, abnehmen mit τ.[1])

Diese Schlüsse sind nun in der That bei den meisten Metallen erfüllt, wie die untere Tabelle lehrt, in der die Werte von n und $\varkappa$ für gelbes Licht ($\lambda = 0{,}000589$ mm) und rotes Licht ($= 0{,}000630$ mm) früheren Beobachtungen von mir[2]) über die Reflexionskonstanten der Metalle entnommen sind. Die Metalle sind nach ihren Leitfähigkeiten geordnet. Es ist, falls σ_r die relative Leitfähigkeit des Metalls verglichen mit Quecksilber ist:

$$\tau\sigma' = 3{,}19 \cdot 10^5 \cdot \lambda \cdot \sigma_r,$$

falls λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft in Centimeter bedeutet. Für Natriumlicht folgt also:

$$\tau\sigma' = 18{,}8 \cdot \sigma_r.$$

(Siehe untenstehende Tabelle.)

Die ausführliche Discussion dieser Tabelle an der Hand der vorhin gezogenen Schlüsse will ich hier nicht geben; im allgemeinen werden die Schlüsse durch die Tabelle bestätigt.

Um nun genauer die charakteristischen Konstanten σ, ϑ der einzelnen Ionengattungen in einem Metall zu bestimmen, wird man zunächst als einfachste Annahme mit Hilfe zweier Ionengattungen, einer positiv und einer negativ geladenen, die Dispersionserscheinungen eines Metalls darzustellen versuchen. Von den Konstanten σ_1, σ_2, ϑ_1, ϑ_2 sind dann nur 3 verfügbar, da $\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma'$ sein muss. Dieselben können bestimmt werden aus den Beobachtungen für n und $n\varkappa$ im gelben Licht, sowie aus dem Dispersionsgange für irgend eine optische Grösse. Als solche empfiehlt sich besonders das Reflexionsvermögen eines Metalls, da dasselbe neuerdings von Hagen und Rubens[3]) in einem

1) Führt man keine Eigenschwingungen bei den Metallen in die Theorie ein, so ergiebt sich, dass $\varkappa < 1$ sein muss, falls nicht die Dielektricitätskonstante der Metalle negativ ausfallen soll. Durch Annahme von Eigenschwingungen im Ultraroten erscheint zwar $\varkappa > 1$ möglich, indes müsste dann $n_2\varkappa > \tau\sigma'$ sein, während es thatsächlich stets viel kleiner ist (cf. die hier eingangs citierte Litteratur.)

2) Für die Bedeutung dieses Schlusses vgl. die vorige Anmerkung.

1) Wie dieser Schluss aus den Formeln (18) bis (21) entsteht, will ich an anderer Stelle ausführlicher behandeln.

2) P. Drude, Wied. Ann. 39, S. 537, 1890. — 42, S. 189, 1891. — 64, S. 159, 1898.

3) E. Hagen und H. Rubens, Ztschr. f. Instr.-Kde., 1899, S. 293.

Metall	σ_r	$\tau\sigma'$ gelb	$\varkappa$ gelb	n gelb	n rot	$n\varkappa$ gelb	$n\varkappa$ rot	$n^2\varkappa$ gelb	$n^2\varkappa$ rot	$n^2\varkappa^2 - n^2$ gelb	$n^2\varkappa^2 - n^2$ rot
Silber	60	1130	20,3	0,18	0,20	3,67	3,96	0,67	0,81	13,5	15,7
Kupfer	58	1090	4,1	0,64	0,58	2,62	3,15	1,7	1,8	6,5	9,5
Gold	46	865	7,7	0,37	0,31	2,82	3,15	1,03	0,96	7,8	9,8
Aluminium	32	601	3,6	1,44	1,62	5,23	5,46	7,5	8,8	25,3	27,4
Zink	17	320	2,6	2,12	2,36	5,48	5,53	11,6	13,0	25,6	25,0
Kalium-Natrium *)	17(?)	320	17,7	0,15	0,12	1,78	2,18	0,26	0,27	3,1	4,7
Magnesium	17	320	11,8	0,37	0,40	4,42	4,61	1,6	1,8	19,5	21,1
Kadmium	14	263	4,4	1,13	1,31	5,01	5,31	5,7	6,9	23,9	26,6
Platin	14(?)	263	2,1	2,06	2,16	4,26	4,46	8,7	9,6	13,9	15,2
Zinn	8,5	160	3,6	1,48	1,66	5,25	5,50	7,8	9,1	25,3	27,5
Stahl	5(?)	94	1,4	2,41	2,62	3,40	3,47	8,2	9,1	5,8	5,2
Blei	4,9	92	1,7	2,01	1,97	3,48	3,44	7,0	6,8	8,1	7,9
Nickel	3,1	59	1,9	1,79	1,89	3,32	3,55	6,0	6,7	7,8	9,0
Kobalt	3(?)	56	1,9	2,12	2,22	4,03	4,19	8,6	9,3	11,8	12,7
Antimon	2,6	49	1,6	3,04	3,17	4,94	4,95	15,1	15,7	15,1	14,4
Quecksilber	1	19	2,9	1,73	1,87	4,96	5,21	8,6	9,7	21,6	23,7
Wismut	0,7	13	1,9	1,90	2,07	3,66	3,94	6,9	8,1	9,8	11,3

*) Die Angaben für gelb und rot beziehen sich hier auf die Farben blau und gelb, da nur bei diesen beobachtet wurde.

grossen Bereich von Wellenlängen sorgfältig bestimmt ist. — Als Beispiel lasse ich hier nur die an Nickel erhaltenen Zahlen folgen, weil an diesem Metall die 4 Konstanten σ_1, σ_2, ϑ_1, ϑ_2 verhältnismässig genau sich auf dem angegebenen Wege bestimmen lassen. Das Reflexionsvermögen $\mathfrak{J}$ ist in Prozenten angegeben.

Nickel.

$\tau\sigma_1 = 6{,}0$; $\tau\sigma_2 = 53$; $\vartheta_1/\tau = 0{,}192$, $\vartheta_2/\tau = 16{,}0$ für gelbes Licht.

$\lambda\ 10^6$ mm	431	450	486	500	550	589	600	650	671	700
$\mathfrak{J}$ ber. . .	54,4	55,2		58,0	60,3		62,5	64,4		66,3
$\mathfrak{J}$ beob. . .		58,5		60,8	62,6		64,9	65,9		69,8
$\mathfrak{J}$ ber. / $\mathfrak{J}$ beob.		0,94		0,95	0,96		0,96	0,98		0,95
n ber. . .	1,56		1,64			1,78			1,89	
n beob.[1]	1,54		1,71			1,84			2,04	
$n\varkappa$ ber. .		2,74		2,96	3,16		3,36	3,56		
$n\varkappa$ beob.[2]		1,50		1,65	1,81		1,92	2,06		
$n\varkappa$ ber. / $n\varkappa$ beob.		1,83		1,80	1,75		1,75	1,73		

Wenn auch $\mathfrak{J}$ etwas grösser beobachtet worden ist, als es sich aus dem Haupteinfallswinkel und Hauptazimut (eines ganz anderen Stückes) berechnet, so ist doch der Gang der Dispersion der Beobachtung gut angepasst. Dass man mit diesen Konstanten zugleich die von ganz anderen Beobachtern herrührenden Dispersionsbestimmungen des n und des $n\varkappa$ darstellen kann[3], zeigt, dass man das optische Verhalten des Nickels mindestens annähernd mit zwei Gattungen Leitungsionen darstellen kann und dabei die Kontinuität mit dem elektrischen Leitvermögen σ' des Nickels wahren kann.

Nach (10) und (13) folgt, da auch $e_1 \mathfrak{N}_1 = e_2 \mathfrak{N}_2$ sein muss:

$$\frac{\sigma_1 \vartheta_2}{\sigma_2 \vartheta_1} = \frac{m_2 : e_2}{m_1 : e_1}. \tag{22}$$

Für $e_1 = e_2$ folgt also aus den Zahlenwerten für σ und ϑ:

$$m_2 : m_1 = 9{,}45.$$

Vielleicht ist es auch hier so, dass die kleinere Masse m_1 den negativ geladenen Ionen zugehört, die grössere Masse m_2 den positiv geladenen. Es ist plausibel, dass die grössere Anregungszeit ϑ_2 den schwereren Ionen zugehört, dass diese aber eine grössere Endgeschwindigkeit v_2 erreichen, falls die Krafteinheit auf sie wirkt,[4] und dass daher $\sigma_2 > \sigma_1$ ist.

1) H. E. J. G. du Bois und H. Rubens, Wied. Ann. 41, S. 522, 1890.

2) W. Rathenau, Die Absorption des Lichtes in Metallen. Dissert. Berlin 1889. — Winkelmanns Hdb. der Physik, Optik, S. 838.

3) Die Beobachtungen des $n\varkappa$ von Rathenau sind durchweg zu klein, wie spätere direkte Kontrollmessungen an anderen Metallen gezeigt haben. Der Gang der Dispersion ist aber nach Theorie und Beobachtung der gleiche.

4) Gerade wie schwerere Körper im Luftraum schneller fallen, als leichtere.

Legt man den negativ geladenen Ionen die bei den Kathodenstrahlen erhaltenen Zahlen[1]) bei

$$\frac{e_1}{m_1} = 1{,}86 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 10^{10}, \quad e_1 = 6 \cdot 10^{-10},$$

so ergiebt sich $m_1 = 1{,}07 \cdot 10^{-27}$ gr., und aus (10):

$$v_1 = \frac{\vartheta_1}{2\pi m_1} = \frac{0{,}192 \cdot \lambda}{2\pi m_1 \cdot 3 \cdot 10^{10}} = 5{,}6 \cdot 10^{10}.$$

Aus (13) folgt:

$$\mathfrak{N}_1 = \frac{\sigma_1}{e_1{}^2 v_1} = \frac{6 \cdot 3 \cdot 10^{10}}{e_1{}^2 v_1 \lambda} = 15 \cdot 10^{22}.$$

Für die positiv geladenen Ionen folgt, falls man $\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2$, $e_1 = e_2$ annimmt:

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} \cdot \frac{m_1}{m_2} = v_1 \cdot 8{,}8,$$

d. h. die Endgeschwindigkeiten, welche die Ionen unter dem Einfluss einer konstanten elektrischen Kraft annehmen, würden nahezu proportional ihren Massen sein.

Da die Endgeschwindigkeit der mit e_1 geladenen Ionen, falls die elektrische Kraft X wirkt, den Wert $e_1 v_1 X$ hat, und für das Potentialgefälle von 1 Volt pro Centimeter die elektrostatisch gemessene Kraft X den Wert $\frac{1}{3} \cdot 10^{-2}$ hat, so wird in diesem Falle die Endgeschwindigkeit der negativen Ionen 0,11 cm pro Sekunde, die der positiven Ionen 0,96 cm pro Sekunde.

Diese Endgeschwindigkeiten sind etwa rund 200mal so gross als die aus der Elektrolyse erhaltenen Wanderungsgeschwindigkeiten der Ionen.[2]

Von Interesse ist auch noch die Amplitude, welche die Ionen unter dem Einfluss einer intensiven Belichtung, z. B. bei Durchleuchtung einer dünnen Metallschicht mit Sonnenlicht, besitzen. Aus (14) ergiebt sich für diese Amplitude ξ:

$$\xi = \frac{\tau}{2\pi} \cdot \frac{ev}{\sqrt{1 + (\vartheta/\tau)^2}} X,$$

falls X die Amplitude der einfallenden elektrischen Kraft ist. Diese beträgt im Sonnenlicht höchstens 0,016 nach absolutem elektrostatischem Mass. Daher berechnet sich bei Nickel für die negativen Ionen $\xi = 17 \cdot 10^{-17}$ cm, für die positiven $\xi = 0{,}6 \cdot 10^{-17}$ cm. Die Ionen bleiben daher durchaus in ihrem Molekularverbande, da ihre Amplitude nicht annähernd die Wirkungsgrenze der Molekularkräfte erreicht.

Die im cm³ enthaltenen Masse der Ionen ist (für $\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2$): $\mathfrak{N}_1 m_1 + \mathfrak{N}_2 m_2 = 1{,}7$ mg, d. h. etwa der 5000te Teil der Dichte, d. h. der überhaupt vorhandenen Masse.

Es ist von Wichtigkeit, dass alle hier berechneten Zahlen zu keinen Unmöglichkeiten führen.

Ich muss es mir hier versagen, auf die op-

1) W. Kaufmann, Wied. Ann. 62, S. 598, 1897. — S. Simon, Wied. Ann. 69, S. 611, 1899. — J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) 46, S. 29, 1898.

2) Vgl. W. Nernst, Theoret. Chemie, 2. Aufl. S. 360, Stuttgart, 1898.

tischen Eigenschaften der anderen Metalle einzugehen, nur will ich noch bemerken, dass auch die optischen Eigenschaften von Silber, Platin und Stahl sich durch die alleinige Annahme von Leitungsionen darstellen lassen, während die starke Dispersion des Reflexionsvermögens von Gold und Kupfer zu der Annahme nötigt, dass ausser leitenden auch isolierende Ionen vorhanden sind, deren Eigenschwingungen im Ultraroten liegen.

Für sehr langsame Perioden (Hertzsche Wellen) folgt aus (18) und (19) bei Nickel:

$$n^2 - n^2 \varkappa^2 = -1701, \; 2n^2 \varkappa = 2\tau\sigma'.$$

Der erstere Term besitzt die Bedeutung der Dielektricitätskonstante des Metalles. Dieselbe ist also negativ[1]) und sehr gross. Trotzdem ist sie noch selbst bei den kürzesten herstellbaren elektrischen Wellen so klein gegen $2\tau\sigma'$, dass die Eigenschaften des Metalles hinsichtlich derselben sich lediglich aus seiner Leitfähigkeit σ' bestimmen. — Denkbar wäre es, dass das Metall auch noch wesentlich schwerere Ionen enthält, deren Einfluss optisch unwirksam ist, während sie für Hertzsche Wellen einen Einfluss äussern könnten.

1) Der anschauliche Grund hierfür ist, dass die Ionen wegen ihrer Trägheit an Phase hinter der sie treibenden elektrischen Kraft stark zurückbleiben.

Leipzig, December 1899.

(Eingegangen 14. Decbr. 1899.)

Das Ostwaldsche Masssystem II.[1])

Von K. Schreber.

Das Carnot-Clausiussche Prinzip, welches von diesen beiden ausschliesslich in Bezug auf die Wärmeenergie aufgestellt ist, lässt sich, wie von verschiedenen Forschern gezeigt worden ist, auch auf andere Energieformen erweitern. Mach hat dieser Erweiterung folgenden Wortlaut gegeben: „Wird von einer Energieart $W' + W$ vom Potential V_1 der Anteil W' in eine oder mehrere andere Formen verwandelt, so erfährt der Rest W einen Fall auf das Potential V_2, wobei die Gleichung besteht:

$$\frac{W'}{V_1} + W\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right) = 0.\text{“}$$

Dieser Satz umfasst aber noch nicht alle denkbaren Kreisprozesse, sondern ist auf solche beschränkt, bei welchen die Energie, deren Kapacitätsfaktor den Niveausturz erfährt, von derselben Art ist, wie die, welche umgewandelt wird, und bei denen der Niveausturz auch mit demselben Niveau beginnt, bei welchem die umzuwandelnde Energie aus der Energiequelle aufgenommen wird. Ist dagegen die Energie, deren Kapacitätsfaktor den Niveausturz erfährt, von anderer Art, als die, welche umgewandelt wird, so muss der Satz erweitert werden zu folgendem: „Verwandelt sich die Energiemenge E irgend einer Form in eine oder mehrere andere Formen, so erfährt gleichzeitig der Kapacitätsfaktor K einer Energieform einen Niveausturz $(\mathfrak{J}_1 - \mathfrak{J}_2)$, derart, dass zwischen den drei Grössen die Gleichung besteht:

$$E = K(\mathfrak{J}_1 - \mathfrak{J}_2).\text{“}$$

In diesem Ausdruck ist nicht nötig, dass die Energieform, deren Faktoren K und $\mathfrak{J}$ sind, unter den auf der linken Seite der Gleichung vorkommenden Energieformen enthalten ist.

(Will man den Satz auf Wärmeenergie anwenden, so muss man, wie ich es schon seit Jahren gewohnt bin, als Kapacitätsfaktor derselben die wahre Wärmekapacität = Masse $\times$ wahrer spec. Wärme ansehen.)

Da nun in dieser ganz allgemeinen Form des Carnot-Clausiusschen Prinzipes nur für das Produkt $K(\mathfrak{J}_1 - \mathfrak{J}_2)$ ein Wert vorgeschrieben ist, während die Werte der beiden Faktoren selbst unbestimmt sind, so sind natürlich solche Kreisprozesse, auf welche diese allgemeinste Gleichung angewandt werden muss, nicht zu gebrauchen, um die Einheit des Intensitätsunterschiedes zu definieren. Wir müssen deshalb die Definition dieser Einheit auf solche Kreisprozesse beschränken, auf welche die Machsche Gleichung angewendet werden kann, und ihr folgende Fassung geben: „Zwischen zwei Quellen derselben Energieform besteht die Einheit des Intensitätsunterschiedes, wenn bei einem umkehrbaren Kreisprozess zwischen ihnen die Hälfte der aus der Quelle höherer Intensität aufgenommenen Energie in Energie anderer Form verwandelt und die andere Hälfte an die Quelle niederer Intensität abgegeben wird.“

Da bei dem in meiner ersten Mitteilung am Schlusse erwähnten Kreisprozesse, welcher vielfach in der Litteratur mit der Machschen Gleichung in Verbindung gebracht wird, Oberflächenenergie in Volumenenergie verwandelt wird, während eine Elektricitätsmenge von höherem auf niedereres Potential sinkt, so muss auf ihn die von mir aufgestellte allgemeinere Gleichung angewandt werden, und er ist deshalb nicht zur Definition der Einheit der Potentialdifferenz zu gebrauchen.

Einen Kreisprozess zwischen 2 Quellen elektrischer Energie von verschiedenem Potential, auf welchen die Machsche Gleichung angewandt werden darf, erhält man auf folgende Weise:

Man verbinde ein Voltameter, in welchem Gase entwickelt werden, mit einer Quelle elektromotorischer Energie, deren elektromotorische Kraft gerade dem Drucke des Gases im Voltameter entspricht und führe, während

1) Vgl. diese Zeitschrift I, 1899, S. 75.

Druck und elektromotorische Kraft konstant erhalten werden, dem Voltameter eine gewisse Menge elektrischer Energie zu. Dann löse man die Verbindung zwischen Energiequelle und Voltameter und lasse den Gasdruck in diesem abnehmen bis auf den Wert, welcher der elektromotorischen Kraft der zweiten Quelle elektrischer Energie entspricht. Man verbinde jetzt das Voltameter mit dieser und lasse es als Gaskette wirken, also elektrische Energie abgeben, bis das Volumen des Gases sich so weit verkleinert hat, dass, wenn man dann das Voltameter von der Energiesenke löst und das Gas bei isoliertem Voltameter komprimiert, man gerade wieder den Ausgangszustand erreicht.

Bei diesem Kreisprozess wird ein Teil der aufgenommenen elektrischen Energie in Energie anderer Form verwandelt, und gleichzeitig sinkt ein zweiter Teil von höherem auf niederes Potential. Auf diesen Prozess darf also die Machsche Gleichung angewandt werden und er ist deshalb zur Definition der Einheit der Potentialdifferenz zu verwenden.

Vorausgesetzt ist, dass, wie auch die Theorie verlangt,[1]) die elektromotorische Kraft der Polarisation bezw. der Gaskette, eine Funktion des Gasdruckes ist. Wenn Markowsky[2]) gefunden zu haben behauptet, dass die elektromotorische Kraft vom Druck unabhängig sei, so gilt das nur innerhalb der Genauigkeit seiner Beobachtungen. Da diese ungefähr 1 Proz. beträgt, so wird eine sehr empfindliche Methode nötig sein, um die Zustandsgleichung zwischen elektromotorischer Kraft einer Gaskette und Druck des Gases aufzustellen.

Der zahlenmässige Vergleich dieser wissenschaftlichen Einheit mit den gebräuchlichen empirischen, Volt, Daniell, Clark u. s. w., kann natürlich erst vorgenommen werden, nachdem diese Zustandsgleichung festgestellt ist.

1) Duhem: Elektricité et Magnétisme I, 1891, S. 550.
2) Markowsky: Wied. Ann. 44, S. 457, 1891.

(Eingegangen 16. Decbr. 1899.)

Über den Einfluss der Selbstinduktion auf die Unterbrechungszahl beim Wehnelt-Unterbrecher. Prüfung und Bestätigung des Simonschen Wirkungsgesetzes.[1])

Von Ernst Ruhmer, Berlin.

Herr H. Th. Simon[2]) hat als Wirkungsgesetz des Wehnelt-Unterbrechers die Formel abgeleitet:

$$T = \frac{3}{2}\frac{L}{w} + \frac{C_1 w}{E^2} + C_2 \ldots, \qquad 1)$$

worin T die Unterbrechungszeit, L die Selbstinduktion der in dem Stromkreis enthaltenen Spule, w den Widerstand im Unterbrecher, E die Betriebsspannung, C_1 und C_2 gewisse Konstanten bedeuten, die von dem jeweiligen Zustand des Unterbrechers abhängen.

Sorgt man also dafür, dass während des Versuches w, E, C_1 und C_2 konstant bleiben, so sind nur noch T und L variabel, und man kann dann für diesen speciellen Fall die Formel in die Form bringen:

$$T = AL + B \ldots, \qquad 2)$$

wobei A und B gewisse Konstanten bedeuten. Die unten beschriebenen Versuche hatten den Zweck, die Gültigkeit dieses Gesetzes zu prüfen. Die Versuchsanordnung war folgende:

Der von einer Accumulatorenbatterie mit konstant gehaltener Klemmenspannung (110 Volt) gelieferte Strom durchfliesst einen Wehnelt-Unterbrecher und eine Spulenanordnung, welche es nach dem Prinzipe eines Schlitteninduktoriums gestattet, die Selbstinduktion in weiten Grenzen variieren zu können, ohne den Ohmschen Widerstand des Stromkreises zu verändern. Es wurden zum Zwecke des Versuchs verschiedene Werte der Selbstinduktion eingeschaltet und die zugehörigen Unterbrechungszahlen bestimmt. Letztere wurden auf stroboskopischem Wege derart gemessen, dass der im Unterbrecher auftretende Öffnungsfunke selbst als intermittierende Lichtquelle benutzt wurde.

In der folgenden Tabelle sind einige der auf diese Weise gefundenen Zahlen zusammengestellt:

Selbstinduktion $L \cdot 10^{-7}$ in C.G.S. Einh.	Unterbrechungen pro Sekunde	Unterbrechungszeit $T \cdot 10^5$ beobachtet	berechnet
1	455	220	223
2	381	262	264
3	326	307	305
4	283	353	353
5	255	392	392

Die Konstanten des Simonschen Wirkungsgesetzes 2) wurden aus den für T beobachteten Werten zu $A = 0{,}00041 \cdot 10^{-7}$, $B = 0{,}00182$ bestimmt. Nach der Formel 2) $T = AL + B$ ergeben sich demnach für die obigen Werte der Selbstinduktion die in der vierten Spalte enthaltenen Unterbrechungszeiten $T \cdot 10^5$.

Die Tabelle zeigt, dass die beobachteten und berechneten Werte gut übereinstimmen, dass demnach das Simonsche Wirkungsgesetz die Beobachtungen gut wiedergiebt.

Ich hatte die Absicht, eine ähnliche Versuchsreihe für den Simonschen Loch-Unter-

1) Vgl. E. T. Z. 1899, Heft 45, S. 786.
2) Nachrichten der Kgl. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen, Heft 2, 1899 u. Wied. Ann. 68, S. 273, 1899.

brecher[1]) auszuführen. Allein die schwache Lichtwirkung in diesem Unterbrecher liess eine direkte stroboskopische Bestimmung der Unterbrechungszahlen nicht zu; ebenso zeigte sich dieselbe zu schwach, um auf eine (bewegte) photographische Platte zu wirken, so dass auch auf diesem Wege die Unterbrechungszahlen nicht ermittelt werden konnten.

Vermutlich wird sich jedoch diese Schwierigkeit durch Anwendung höherer Betriebsspannungen (500 Volt) umgehen lassen, so dass ich hoffe, demnächst auch für den Simonschen Unterbrecher die Verifikation des entsprechenden Wirkungsgesetzes erbringen zu können.

1) E. T. Z. 1899, Heft 25 u. Wied. Ann. 68, S. 861, 1899.

(Eingegangen 17. Decbr. 1899.)

Über einen Kompensationsapparat mit Kurbelschaltung.

Von Th. Bruger.

Mit der Konstruktion des im folgenden kurz beschriebenen Kompensationsapparates war insbesondere die Beseitigung der Unbequemlichkeiten bezweckt, welche sich für rasches Arbeiten dadurch ergeben, dass bei älteren Apparaten das gesuchte Resultat oft nicht direkt abgelesen werden kann und dass bei Messung niedriger Spannungen Stöpselrheostaten zum Variieren des zwischen den Abzweigungen liegenden Widerstandes Verwendung finden, während gleichzeitig der Totalwiderstand des Apparates konstant gehalten werden muss.

Dem entsprechend habe ich in erster Linie durch Anwendung eines mehrfachen Kurbelrheostaten von besonderer Einrichtung die Manipulationen beim Messen so zu vereinfachen gesucht, dass, wenn nach der weiter unten stehenden Gebrauchsvorschrift gearbeitet wird, in jedem Falle sehr rasch ein direkt lesbares Resultat erhalten werden kann.

Die Anordnung der Kurbelrheostaten ist schematisch in Fig. 1 dargestellt, und man ersieht, dass sich der ganze 10000 Ohm betragende Widerstand auf vier einzelne Rheostaten verteilt, denen noch ein kleiner Stöpselrheostat mit den Beträgen 0,1 bis 0,4 Ohm, zusammen 1 Ohm, hinzugefügt wurde. Die vier Kurbelrheostaten enthalten nacheinander 9 mal 1, 9 mal 10, 9 mal 100 und 9 mal 1000 Ohm, und zwar sind die beiden ersten derselben in der gebräuchlichen Weise, die beiden letzten dagegen (in Fig. 2 und Fig. 3 gesondert dargestellt) abweichend davon folgendermassen eingerichtet:

Auf einer mittels des Griffes H drehbaren Scheibe J sind isoliert voneinander die Metallstücke F befestigt, welche alle bis auf ein Paar, — mit F' bezeichnet — Doppelfedern bilden

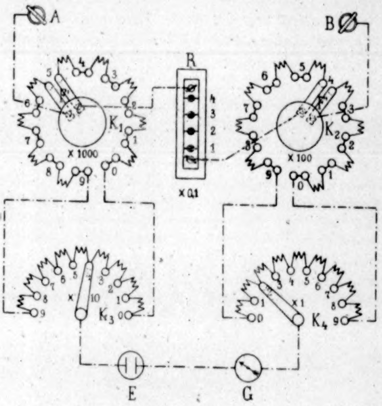

Fig 1.

und dazu dienen, je zwei Kontaktknöpfe, auf denen sie aufliegen, miteinander in leitende Verbindung zu bringen und damit zugleich die an diese Knöpfe angeschlossenen Widerstände

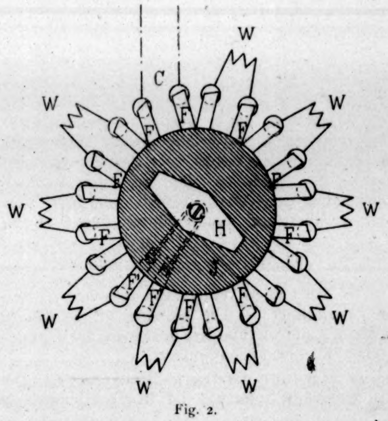

Fig. 2.

untereinander beziehungsweise mit den einfachen Kurbelrheostaten k_3 und k_4 in Serie zu schalten. An der Stelle, wo sich die Einzelfedern F' befinden, liegen die Endpunkte dieser Leitersysteme, von wo mit F' verbundene und nahe

der Drehachse von $\mathfrak{J}$ weitergeführte Leitungen die Verbindung mit den Klemmen A und B sowie mit R vermitteln. Die Schaltvorrichtungen k_1 und k_2 erfüllen also den Zweck, in einem Kreise angeordnete Widerstände so zu kombinieren, dass alle in Serie geschaltet bleiben, während Anfang und Ende der Reihe an jede beliebige Stelle des Systems verlegt werden kann.

Wird diesem vierfachen Widerstandssatz mit Kurbelschaltung nun noch gemäss Fig. 4 ein Rheostat, welcher dessen Widerstand zu 100000 Ohm ergänzt und eine Hilfsbatterie von 6 bis 8 kleinen Accumulatoren hinzugefügt, so ist der Kompensationsapparat vollständig und kann in

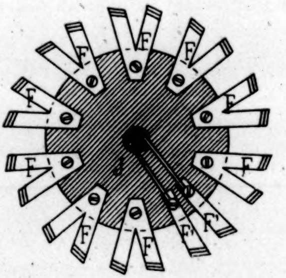

Fig. 3.

folgender Weise zu Spannungsmessungen jeder Art gebraucht werden:

1. Messung hoher Spannungen. Die zu messende Spannung E wird an die Klemmen E_+ und E_- gelegt, der Schlüssel T bleibt offen, die Kurbeln k_1 bis k_4 werden so gestellt, dass der zwischen k_3 und k_4 abgegrenzte Widerstand numerisch gleich $e \cdot 100$ oder gleich $e \cdot 1000$ ist, wo e die Spannung des benutzten Normalelementes bezeichnet, endlich wird der Vorschaltewiderstand S so gestöpselt, dass G stromlos ist, dann hat man $E = \frac{W}{100}$ oder $E = \frac{W}{1000}$ wo W den totalen Widerstand zwischen E_+ und E_- bezeichnet. — Die Messung erfolgt also in diesem Falle wie bei dem bekannten Feussnerschen Kompensationsapparat.

2. Messung niedriger Spannungen. Die zu messende Spannung ist an die Klemmen X gelegt. Nach Schliessen von T wird durch einen Vorversuch der Widerstand bestimmt, welcher in S gestöpselt werden muss, damit bei Benutzung der Hilfsbatterie im Apparat ein Strom $i = \frac{e}{w} = 0{,}001$ Ampere oder 0,0001 Ampere fliesst, unter w der zwischen k_3 und k_4 liegende Widerstand verstanden. Dann bringt man den Umschalter u von der Stellung e in die Stellung x und kompensiert wieder, jedoch nur durch Drehen der vier Kurbeln der Kurbelrheostaten bei unverändertem S, um nun

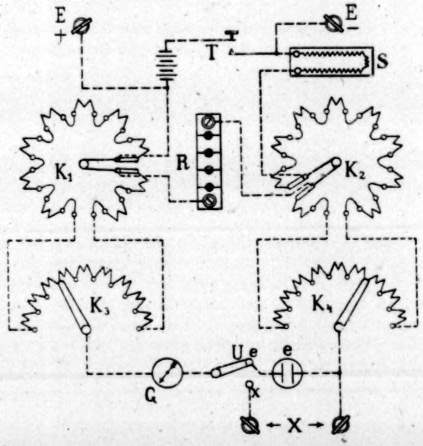

Fig. 4.

$x = i \cdot w' = 0{,}001\, w'$ oder $0{,}0001\, w'$ zu erhalten, wo w' der jetzt geänderte zwischen k_3 und k_4 liegende direkt ablesbare Widerstand der Kurbelschaltung ist. — Erforderlichenfalls kann hier bei beiden Messungen der kleine, Dezimalen enthaltende Rheostat R zur genaueren Abgleichung mit benutzt werden.

Der neue Kompensationsapparat wird von der Firma Hartmann & Braun gebaut, in deren Laboratorium ein Exemplar desselben sich bereits seit Jahresfrist in dauerndem Gebrauch befindet und gut bewährt.

(Eingegangen 25. Decbr. 1899.)

VORTRÄGE UND REDEN.

Festrede, gehalten am 5. November 1899 anlässlich der Enthüllung des Denkmals des Universitätsprofessors Dr. Joseph Loschmidt.

Von Ludwig Boltzmann.

Hochansehnliche Versammlung!

Beethovens Töne sind dem Ohre verstummt, die Seele steht noch in ihrem Banne, und nur ungern gehe ich daran, für meine Gefühle in dürrer klangloser Prosa Ausdruck zu suchen. Das gesprochene Wort, gemacht, den begrifflichen Gedankenprozess mitzuteilen, ein wie sprödes Werkzeug ist es, wenn sich uns Herz und Gemüt auf die Lippen drängen will. Spricht die Seele, sagt Schiller, so spricht auch schon die Seele nicht mehr. Wenn daher der Maler des Prinzen Conti sein Genie daran erkennt, dass er empfindet, was seinen Bildern fehlt, so erlauben Sie, dass auch ich meinen Eifer und meine Begeisterung an dem messe, was zum Ausdrucke zu bringen mir versagt ist.

Ich habe schon unmittelbar nachdem uns Loschmidt durch den Tod entrissen worden war, seinem Andenken in einem engeren Kreise einen kurzen Nachruf geweiht; nun habe ich diese traurige Pflicht zum zweitenmal zu erfüllen. Ich fuhr einmal zu Schiff über einen der schönen Seen unseres gesegneten Vaterlandes. Am Ausgangspunkte der Fahrt sah man einen mächtigen Berg, den man bei der Landung von neuem erblickte. Aber darin lag keine Einförmigkeit; obwohl noch derselbe, hatte der Berg seine Gestalt wunderbar verändert und erregte von neuem ungeschwächtes Interesse. Ähnlich soll ich jetzt, nachdem mein Lebensschiff um ein paar Jahre weiter gerückt ist, zum zweitenmal über Loschmidt sprechen. Nun, ich hoffe, seine Gestalt ist wie die jenes Berges reich genug, um vom neuen Standpunkte aus neues Interesse zu bieten.

Wir wissen, dass uns der Tod alles raubt, was wir besitzen, ob das Leben Ersatz bieten wird, wissen wir nie; so haben sich auch in diesen Räumen die Totenreden in erschreckender Weise gehäuft, ja, was noch erschreckender ist, sie sind sozusagen stereotyp geworden; das Ausserordentliche wurde alltäglich. Umgekehrt wie jene griechische Grabschrift den ausserordentlichsten Heldenmut als blosse Pflichterfüllung bezeichnet, wird hier die Pflichterfüllung zum Heldentume.

Sobald ich mich in diesem Saale umsehe, steigen vor mir die Gespenster all der rührenden, so oft gehörten Worte auf, vom unermüdlichen Forscher, der der Wissenschaft neue Bahnen bricht, vom unübertrefflichen Lehrer, edlen Manne, hingebenden Freunde, von der gewissenhaften Pflichterfüllung und dem aufopfernden segensreichen Wirken für Staat, Familie und Menschheit. Etwas Rührendes, etwas Erschütterndes und unendlich Erhabenes liegt in dieser ewigen Wiederkehr derselben Worte wie in dem endlosen Einerlei des wogenden Meeres. Aber es erschiene mir geschmacklos, auch auf Loschmidts Grab einen aus diesen Phrasen zierlich gewundenen Kranz niederzulegen. Er war so ganz und gar nicht alltäglich; er konnte es nicht leiden, wenn von ihm und seinen Vorzügen gesprochen wurde. So will ich daher seinen Wunsch auch heute noch ehren und ihn nicht loben, sondern lieber über das Grenzgebiet der Physik und Philosophie, das Lieblingsthema seiner Gespräche, reden, also wieder fachsimpeln, kann Ihnen nicht helfen.

Eine der wichtigsten Fragen zur Zeit der Vollkraft Loschmidts war die nach der Zusammensetzung der Materie. Sie ist es wohl auch noch heute; nur dass man die Fragestellung etwas anders stilisiert hat. Während man damals die letzten Elemente des Seienden, der Materie selbst suchte, so fragt man heute, aus welchen einfachen Elementen man die geistigen Bilder zusammensetzen muss, um die beste Übereinstimmung mit den Erscheinungen zu erzielen. Was man meint, ist wohl in beiden Fällen so ziemlich dasselbe; doch wir wollen uns zunächst in die Zeit versetzen, in der die Hauptarbeiten Loschmidts erschienen.

Damals hatte man gerade eine Fülle von Thatsachen erkannt, welche darauf hinwiesen, dass die Wärme, die man früher für einen Stoff gehalten hatte, eine Bewegung der kleinsten Teilchen der Körper sei. Man hatte auch eine bestimmte Hypothese über die Art dieser Bewegung aufgestellt. In festen Körpern sollte jedes Teilchen um eine fixe Ruhelage pendelartig hin und her schwingen; in tropfbaren Flüssigkeiten sollten die Teilchen umeinander herumkriechen, in Gasen dagegen sind die kleinsten Teilchen, welche man ihre Moleküle nennt, viel weiter voneinander entfernt, so dass sie keine erhebliche Wirkung mehr aufeinander ausüben. Da trotzdem jedes derselben in lebhafter Bewegung begriffen ist, so kann diese keine andere als eine geradlinig fortschreitende sein, wie die einer abgeschossenen Flintenkugel; denn sie ist viel zu schnell, als dass die Bahn durch die Schwerkraft eine erhebliche Krümmung erfahren könnte. Nur wenn zwei Moleküle einander ungewöhnlich

nahekommen, was man einen Zusammenstoss nennt, so lenken sie sich ganz wesentlich von der geradlinigen Bewegung ab.

Der Druck des Gases, den man früher einer Abstossungskraft der Moleküle zuschrieb, wurde nach der neuen Ansicht, die man die kinetische Gastheorie nennt, durch die Stösse der Moleküle auf die Gefässwand erklärt. Es ist dies das erste Beispiel, dass man eine Kraft als eine bloss scheinbare, durch dem Auge verborgene Bewegung hervorgerufene betrachtete, eine Anschauung, die dann später eine so wichtige Rolle in der Mechanik zu spielen berufen war. Aus der Grösse des Druckes berechnete Clausius die Geschwindigkeit, mit der die Gasmoleküle sich durchschnittlich bewegen. Sie ist für verschiedene Gase verschieden und von der Grössenordnung der Schallgeschwindigkeit.

Würden nun die Gasmoleküle lange Strecken zurücklegen, ohne mit anderen zusammenzustossen, so müssten sie vermöge ihrer grossen Geschwindigkeit fast momentan durch die engsten Röhren strömen. In der That ist aber die Strömungs-Geschwindigkeit in genügend engen Röhren eine sehr geringe, und man nennt die Eigenschaft der Gase, welche dies bedingt, ihre Zähigkeit oder innere Reibung. Aus quantitativen Experimenten über dieselbe fand Maxwell, dass in Luft unter normalen Verhältnissen jedes Gasmolekül in der Sekunde 5000 millionenmal mit anderen zusammenstösst, und dass der Weg, den ein Molekül von einem bis zum nächsten Zusammenstosse durchschnittlich zurücklegt (die sogenannte mittlere Weglänge) etwa gleich dem zehntausendsten Teile eines Millimeters ist. Man könnte also die Molekularbewegung mit einem Menschengedränge vergleichen, wo jeder nach kurzer Verfolgung seines Weges mit einem anderen zusammenstösst; aber wir begegnen hier schon einem drastischen Beispiele der Unvorstellbarkeit dieser molekularen Zahlen. Man bedenke 5000 Millionen Zusammenstösse jedes einzelnen Individuums im Zeitraume einer einzigen Sekunde!

Trotz der Raschheit der Bewegung entfernt sich infolgedessen jedes Molekül nur sehr langsam von der Stelle, wo es sich anfangs im Zickzack bewegte, wodurch sich auch die langsame Verbreitung eines Gases in ein anderes hinein erklärt.

Die Berechnung der allerwichtigsten Konstante stand noch aus, nämlich der Grösse des Bezirkes, innerhalb dessen ein Molekül erhebliche Wirkung auf ein anderes ausübt, wie man kurz sagt, der Grösse eines Moleküls. Besser definiert ist diese Grösse durch die Anzahl der Gasmoleküle in der Volumeneinheit, welche wir die Loschmidtsche Zahl nennen wollen, da Loschmidt der erste war, dem es gelang, diese Konstante zu berechnen. Er wies zuerst durch mühevolle Überlegungen nach, dass, wie man schon früher vermutet hatte, in allen Körpern, in denen die Moleküle ohne Unterbrechung aneinanderliegen, jedem derselben ein bestimmter Raum zukommt, der durch Druck, Temperaturänderung u. s. w. zwar etwas vergrössert oder verkleinert, aber dessen Grössenordnung nicht total verändert werden kann, wofern nicht enorme, uns ganz unbekannte Kräfte wirksam sind. Diesen Raum definierte er als die Grösse eines Moleküls. Ferner machte er wahrscheinlich, dass die Entfernungen, bis zu denen sich die Mittelpunkte zweier Gasmoleküle beim Zusammenstosse nähern, angenähert gleich den linearen Dimensionen dieses Raumes sind. Erst hierdurch war eine feste Basis zur Berechnung der Anzahl der Moleküle gegeben, und es ergab sich die Zahl der Moleküle, welche sich in 1 ccm Stickstoff bei der Temperatur 0^0 C. und dem Normal-Barometerstande befinden, rund gleich 100 Trillionen. Dies ist also die Loschmidtsche Zahl, nach deren Berechnung alle zum Ausbau der kinetischen Gastheorie erforderlichen Daten gegeben waren.

Jeder in der Geschichte der Naturwissenschaften einigermassen Bewanderte weiss, wie schwer es ist, der Natur in die Karten zu sehen. Es konnte daher einer Theorie, welche sich eines so tiefen Einblickes in den inneren Bau der Materie vermass, erst nach der sorgfältigsten Prüfung ihrer Konsequenzen an der Erfahrung Glauben geschenkt werden. Eine höchst merkwürdige Konsequenz dieser Theorie bezüglich der Abhängigkeit der Reibung vom Drucke wurde von Maxwell experimentell bestätigt. Daran anschliessende, ebenfalls ganz unerwartete Konsequenzen betreffs der Reibung in verdünnten Gasen aber fanden ihre Bestätigung durch Kundts Versuche.

Wir sahen bereits, dass aus der kinetischen Gastheorie eine grosse Langsamkeit der Mischung zweier Gase, der sogenannten freien Diffusion, folgt. Da nun alle Daten der Gastheorie bekannt waren, so konnte diese Geschwindigkeit in jedem Falle quantitativ voraus berechnet werden. Aber die Lösung des Problems, Versuchsbedingungen zu realisieren, unter denen die freie Diffusion so leicht beweglicher Körper wie der Gase genau quantitativ verfolgt und gemessen werden kann, war nur ein einzigesmal von Graham mit sehr geringem Erfolge versucht worden. Da war es wieder Loschmidt, der alle Schwierigkeiten dieses Problems glänzend überwand und die Übereinstimmung der Diffusionsgeschwindigkeit für eine sehr grosse Zahl von Gaspaaren, sowie für mannigfaltige Drucke und Temperaturen mit der von der Gastheorie berechneten nach-

wies, natürlich innerhalb der Fehlergrenzen, welche durch unsere Unbekanntschaft mit der näheren Beschaffenheit der Moleküle bedingt sind.

Der analoge Nachweis wurde später für die ebenfalls durch die Molekularbewegung bewirkte Wärmeleitung von Stefan erbracht. Auch für diese ergaben sich für sehr verdünnte Gase ähnliche Konsequenzen wie bei der inneren Reibung. Letztere wurden erst in neuester Zeit von Smoluchowsky zum Teil in Loschmidts einstigem Laboratorium unter der Leitung von dessen Nachfolger Professor Franz Exner untersucht.

Die übrigen Erfolge der Gastheorie hier anzuführen, dürfte überflüssig sein, da ich etwa vor einem Monate bei dem Naturforschertage in München ausführlich davon zu sprechen Gelegenheit hatte.[1])

Auch der Wert der Loschmidtschen Zahl selbst erfuhr die mannigfaltigste Bestätigung und Kontrolle. Nachdem schon Lothar Meier und Stoney später auf ähnlichem Wege wie Loschmidt eine ähnliche Zahl gefunden hatten, veröffentlichte Lord Kelvin, ohne damals die Arbeit Loschmidts zu kennen, seine berühmte Abhandlung über die Grösse der Moleküle. Er verficht daselbst ebenfalls die Ansicht, dass die gesamte Materie aus einer sehr grossen, aber endlichen Zahl von Bausteinen aufgebaut ist, und sucht diese Zahl annähernd zu bestimmen. Die Erfahrungsthatsachen, die er zu diesem Zwecke bezieht, sind total andere als die von Loschmidt benutzten, die Resultate stehen aber in bester Übereinstimmung. Lord Kelvin hat übrigens die Priorität Loschmidts mit englischer Vorurteilslosigkeit anerkannt. In der folgenden Zeit wurden noch zahlreiche, wieder von ganz anderen Prinzipien ausgehende und ebenfalls aufs beste stimmende Berechnungen der Loschmidtschen Zahl vorgenommen, auf die einzugehen mir hier nicht möglich ist.

Die Bedeutung der Loschmidtschen Zahl reicht also weit über die Gastheorie hinaus, sie bietet den tiefsten Einblick in die Natur selbst, die Antwort auf die Frage nach der Kontinuität der Materie. Wenn wir einen Wassertropfen vom Volumen eines Kubikmillimeters haben, so lehrt die Erfahrung, dass wir ihn in zwei Teile teilen können, von denen jeder wieder ganz die Natur des Wassers hat. Es kann auch jeder wieder in zwei solche Teile geteilt werden u. s. f. Die Loschmidtsche Zahl zeigt uns nun die Grenzen dieser Teilbarkeit. Wenn wir den genannten Tropfen in eine Trillion gleicher Teile geteilt haben, so hört die Möglichkeit der Teilung in gleichartige Teile auf. Wir erhalten Individuen, über deren genauere Beschaffenheit wir freilich sehr wenig wissen. Wir werden sie uns wohl noch weiter teilbar denken, die Art der Teilbarkeit aber wird dann eine andere. Die Teile sind nicht mehr gleichartig dem früher gegebenen Wasser.

Freilich sind dies Resultate, von deren Richtigkeit wir uns heute und vielleicht niemals durch direkte Anschauung werden überzeugen können, da die Teilbarkeit praktisch schon viel früher aufhört. Weil nun schon oft die Spekulation sich zu weit von der Erfahrung entfernt hatte und dadurch auf Irrwege geraten war, so bildete sich eine Partei, welche alle Schlüsse verwarf, die nur ein wenig über das unmittelbar Handgreifliche hinausgehen und daher auch der Gastheorie abhold war. Allein es ist ein grosser Unterschied zwischen den leichtsinnig von der Erfahrung abirrenden Phantasiegebilden der Naturphilosophen und den in bewährten Schlussformen langsam unter steter Kontrolle durch die Erfahrung fortschreitenden Methoden der theoretischen Physik. Die letzteren vermögen bis zu ganz erheblicher Tiefe in die Geheimnisse der Natur einzudringen, ohne den sicheren Boden zu verlieren, ja sie feiern gerade dann ihre höchsten Triumphe. Beispiele dafür bietet besonders die Astronomie. Kein Gebildeter hegt Zweifel an den von ihr berechneten Siriusfernen der Gestirne, obwohl zwischen denselben nie ein Sterblicher eine Messkette spannen wird. Ja aus dem Helligkeitswechsel von ein paar Lichtpunkten am Himmelsgewölbe und einer minimalen Verschiebung einiger dunklen Linien in einem lichtschwachen Farbenstreifen kann man mit zwingender Sicherheit auf die Bewegung von Massen schliessen, die unsere Sonne weit an Grösse übertreffen. Wenn sie gleich dieses Muster nicht erreichen, so haben doch auch die Schlüsse der Gastheorie in ähnlicher Weise für jeden, der sie völlig erfasst hat, einen hohen Grad von Sicherheit.

(Schluss folgt.)

1) Vergl. diese Zeitschrift I, Heft 5—9, 1899.

VORTRÄGE UND DISCUSSIONEN

von der 71. Naturforscherversammlung zu München.

E. Warburg (Berlin), Referat über Wärmeeinheit.

Bei der Frage der Wärmeeinheit muss man auf Regnault zurückgehen. Dieser definierte als Einheit diejenige Wärmemenge, welche 1 kg Wasser von 0° auf 1° bringt. Doch ist die Fixierung auf 0° für ihn belanglos, weil er die spezifische Wärme des Wassers zwischen 0°

und 30^0 als konstant voraussetzt. Wir wissen aber heute, dass diese Voraussetzung nicht zutrifft; doch werden seine Angaben davon nur sehr unbedeutend beeinflusst. Ebenso durch die Zweifel hinsichtlich der von ihm benützten Temperaturskala und man kann daher zusammenfassend sagen, dass zwar die erklärten Unterlagen der Regnaultschen Kalorimetrie nach den neueren Untersuchungen nicht exakt sind, dass aber trotzdem die Regnaultschen kalorimetrischen Werte, auf die 15^0-Kalorie nach dem Wasserstoffthermometer bezogen, durch die Temperaturvariation der spezifischen Wärme des Wassers nur unbedeutend beeinflusst und durch die Abweichung seiner Temperaturskala von der Wasserstoffskala wegen der glücklichen Wahl seines Thermometerglases wahrscheinlich nur mit einer Unsicherheit von 1 pro mille behaftet sind.

1870 beschenkte Bunsen die Wissenschaft mit einem neuen Präcisionsinstrument; Bunsen und andere legten bei ihren Messungen die mittlere Kalorie, genommen zwischen 0^0 und 100^0, zu Grunde. Diese hat vor der 15^0-Kalorie den Vorteil voraus, dass sie unabhängig von allen thermometrischen Messungen ist.

1879 leitete Rowland aus seinen Messungen das Resultat ab, dass die spezifische Wärme des Wassers bezogen auf die absolute Temperaturskala von 0^0 bis 30^0 abnimmt. Spätere Untersuchungen haben die Resultate Rowlands der Hauptsache nach bestätigt.

Seit man weiss, dass die spezifische Wärme des Wassers von 0^0 erheblich grösser ist, als die bei 20^0, ist die Regnaultsche 0-Punkts-Kalorie unhaltbar geworden. Sie ist aber nicht aufgegeben worden, sondern neben ihr sind andere Einheiten aufgetreten. Dieser Zustand ist etwa mit demjenigen zu vergleichen, der auf dem Gebiete der elektrischen Messungen vor dem Elektrikerkongress von 1881 herrschte. Es ist unbedingt erforderlich, dass man sich allgemein über die zu benutzende Wärmeeinheit einigt. Auf den ersten Blick könnte es vielleicht scheinen, als ob der Techniker hieran ein geringeres Interesse hat, als der Physiker; denn dem ersteren kommt es in vielen Fällen auf 1 Proz. nicht an. Aber auch dem Kaufmann kommt es auf ein paar Mark nicht an, und doch legt er sehr grossen Wert darauf, dass seine Bücher bis auf den Pfennig stimmen. Eine Regelung dieser Frage liegt schon, wenn ich mich so ausdrücken darf, im Interesse der Buchführung des Technikers.

Um die Frage international zu regeln, wurde 1896 in Liverpool eine Kommission eingesetzt. Wir wollen die auf Anregung des Herrn E. H. Griffiths vorgeschlagenen Einheiten in Betracht ziehen:

Am besten geeignet scheint eine Arbeitseinheit zu sein, also das *Erg*. Doch würde man dadurch zu unbequem grossen Zahlen kommen; so wäre die spezifische Wärme des Wassers von 15^0 gleich $4189 \cdot 10^4$. Deswegen müsste man noch eine sekundäre praktische Einheit einführen. Hierzu ist vorgeschlagen 10^7 *Erg* gleich 1 Joule, welche Grösse schon in Beziehung zu den elektrischen Einheiten steht. Aber sie steht zur spezifischen Wärme des Wassers, mit dem man doch die meisten Messungen machen wird, in keiner einfachen Beziehung. Die Kommission hat daher vorgeschlagen, 4,2 Joule, die etwa der spezifischen Wärme des Wassers bei 10^0 entsprechen, als Einheit zu wählen und eine Kalorie zu nennen, während Griffiths dafür den Namen 1 Rowland gewählt hat.

Weiter sind verschiedene auf das Wasser bezogene Kalorien vorgeschlagen.

Dann ist noch eine latente Wärme vorgeschlagen, die ja unabhängig von den thermometrischen Beziehungen wäre; doch sind die Schwierigkeiten dabei sehr gross.

Der einzige Vorteil der auf die Arbeit begründeten praktischen Einheit scheint mir zu sein, dass die Wärme hierbei in ihrem natürlichen Masse gemessen wird. Diesem doch rein ideellen Vorteil steht aber der grosse Nachteil gegenüber, dass sie im Gegensatz zu den allgemein üblichen Einheiten steht und daher sehr schwer Eingang finden würde.

Ich würde daher, das *Erg* als theoretische Einheit beibehaltend, einer Wasserkalorie als sekundärer Einheit den Vorzug geben, und zwar nicht der mittleren, sondern einer t^0-Kalorie, weil diese bei der überwiegenden Verwendung des Wassers zu kalorimetrischen Zwecken am besten hierfür geeignet ist. In Vorschlag gebracht sind die 10^0-, 15^0- und 20^0-Kalorie. Die 20^0-Kalorie hat den Vorzug, dass 20 in der Nähe der Zimmertemperatur liegt, bei der man gewöhnlich arbeitet. Aber die 15^0-Kalorie ist davon nicht sehr verschieden und bereits mehrfach benutzt. Ich würde daher geneigt sein, zu definieren: Eine Kalorie ist diejenige Wärmemenge, welche 1 g Wasser von $14\frac{1}{2}^0$ auf $15\frac{1}{2}^0$ bringt, wobei die Temperatur nach dem Wasserstoffthermometer gemessen ist.

Der Arbeitswert dieser Kalorie kann als ziemlich gut festgestellt gelten, nämlich 4,189 Joule oder $4189 \cdot 10^4$ *Erg*.

Um Messungen mit dem Eiskalorimeter hierauf zu reduzieren, muss man das Verhältnis der mittleren Kalorie zu dieser kennen. Hierfür wird 1,0052 (von Lüdin), 1,0103 (nach Dieterici), 0,9957 (von Jolly) angegeben, also Werte, die um 1,5 Proz. voneinander abweichen. Dieses Verhältnis muss also durch neue Versuche genauer bestimmt werden. Weiter würde es notwendig sein, die vorliegenden kalorimetrischen Daten auf die 15^0-Kalorie zu reduzieren.

In Zukunft muss man verlangen, dass kalorimetrische Werte nur bezogen auf eine bestimmte Kalorie, am besten auf die 15°-Kalorie angegeben werden.

Discussion.

Kohlrausch. Da die kalorimetrischen Messungen am besten bei einer Temperatur gemacht werden, die etwas tiefer liegt als die Zimmertemperatur, so erscheint unter diesem Gesichtspunkt die 15°-Kalorie ebenfalls als sehr geeignete Einheit.

Himstedt. Ich möchte doch ein Bedenken geltend machen. Diese Grösse muss doch mit andern in Beziehung gesetzt werden, so vor allem mit der Schmelzwärme des Eises und der Verdampfungswärme des Wassers, denn Eis- und Dampfkalorimeter sind unsere genauesten Messinstrumente. Dafür scheint mir doch die mittlere Kalorie geeigneter; denn bei Messungen wird man doch nicht immer bei einer Temperatur von 15° arbeiten können.

Kohlrausch. Natürlich handelt es sich auch um die Frage, diese Einheit numerisch festzustellen. Die Frage scheint mir darauf hinaus zu kommen: Braucht man das Eiskalorimeter häufiger oder das Wasserkalorimeter? Mir scheint, dass das letztere der Fall ist.

Warburg. Ich kann diesen Einwand auch nur so verstehen, dass mit ihm die Frage aufgeworfen wird, ob das Eis- oder das Wasserkalorimeter häufiger gebraucht werde. Ob mit dem Eiskalorimeter die latente Wärme des Wassers bei 100° zu bestimmen ist, das erscheint mir sehr zweifelhaft. Es scheint mir doch, dass die meisten Messungen mit dem Wasserkalorimeter gemacht werden müssen. Die mittlere Kalorie ist dann so lange praktisch unbrauchbar, bis sie auf eine t°-Kalorie bezogen ist.

(Von den Beteiligten durchgesehenes Referat von Dr. B. Borchardt.)

C. Linde (München), Die Anwendbarkeit flüssiger Luft in der Technik.

Seitdem es möglich geworden ist, beliebige Mengen von atmosphärischer Luft mit einfachen Mitteln zu verflüssigen, sind durch Publikationen aller Art der Verwendbarkeit flüssiger Luft eine Tragweite und ein Umfang zugeschrieben worden, welche meist weit über das naturgesetzlich erreichbare Mass hinausgehen. Gegenstand dieses Vortrages ist nun die Umgrenzung des positiv bebauungsfähigen Anwendungsgebietes unter Zurückweisung der zu weitgehenden und irrigen Anschauungen. Der Massstab für diese Umgrenzung muss in der Beantwortung der beiden Fragen gesucht werden:

1. Welchen Aufwand fordert die Verflüssigung einer bestimmten Luftmenge? und 2. Wie lange kann eine bestimmte Menge flüssiger Luft aufbewahrt werden? Denn thatsächlich wäre die Tragweite der Anwendbarkeit flüssiger Luft eine ungeheure, wenn sie kostenlos hergestellt und beliebig lange aufbewahrt werden könnte.

Zur Beantwortung der ersten Frage liegen Erfahrungen vor, welche mit einer grösseren Anzahl von (nahezu 50 meist an physikalische und chemische Laboratorien gelieferten) Apparaten gemacht worden sind, wonach bei den kleineren Apparaten für die Herstellung eines Kilogramms flüssiger Luft 3 bis 4 Pferdestärken gebraucht werden, während die grösste bisher betriebene Verflüssigungsmaschine 50 kg pro Stunde mit etwas weniger als 100 Pferdestärken liefert, also pro Kilogramm nicht ganz 2 Stunden-Pferdestärken bedarf. Gegenüber dem theoretischen Arbeitsminimum entspricht dies einem Wirkungsgrade von erst etwa 15 Proz. Bei grösseren Anlagen (welche etwa 1000 kg pro Tag produzieren) wird man die gesamten Kosten auf etwa 10 Pf. pro Kilogramm flüssiger Luft zu berechnen haben. Die zweite Frage beantwortet sich aus der Thatsache, dass zwar kleine Mengen flüssiger Luft in doppelwandigen, sehr gut evakuierten und versilberten Glasflaschen so aufbewahrt werden können, dass die Verdampfung 14 Tage dauert (also mit einem Verluste von etwa 0,3 Proz. pro Stunde), dass aber die grösseren (lediglich durch eine Bekleidung mit Filz oder Wolle geschützten) Blechgefässe von etwa 50 Liter Inhalt, welche bisher für technische Zwecke verwendet wurden, einen Verdampfungsverlust von etwa 2 Liter pro Stunde (also 4 Proz. pro Stunde) zeigen, so dass es noch vieler Bemühungen bedürfen wird, um diesen Verlust bei (ebenfalls doppelwandigen und versilberten) Metallgefässen etwa auf 1 Proz. pro Stunde zu bringen.

Bei der Anwendung flüssiger Luft kann es sich handeln:

1. um Benutzung ihrer niedrigen Temperatur;
2. um ihre Fähigkeit, Energie aufzunehmen und in mechanische Arbeit umzusetzen, und
3. um ihre Fraktionierung in stickstoffreiche und sauerstoffreiche Gasgemische.

Die Anwendung flüssiger Luft als Kältemittel bildet fortwährend den Gegenstand zahlreicher Anfragen und Projekte. Beachtet man aber, dass zur Herstellung von Kälte ein Energieaufwand erforderlich ist, dessen Minimum sich zu der entzogenen Wärme verhält wie $T_1 - T_2$ zu T_2, wenn T_1 die absolute Temperatur der Umgebung und T_2 die Wärme-Entziehungstemperatur bedeutet, so findet man,

dass für die in der flüssigen Luft (bei — 190° C.) verfügbare Kälte theoretisch 20mal und effektiv etwa 40mal so viel Arbeit aufzuwenden ist als in den gewöhnlichen Kältemaschinen zur Entziehung gleicher Wärmemengen bei Temperaturen, welche nur wenige Grad unter dem Gefrierpunkte des Wassers liegen. Demnach muss ausgesprochen werden: An die rationelle Verwendung von flüssiger Luft als Kältemittel kann nur da gedacht werden, wo entweder Temperaturen verlangt sind, die mit den gewöhnlichen Kältemaschinen nicht mehr erreicht werden können (also tiefer liegen als — 50° C.), oder wo die Herstellungskosten gegenüber gewissen Vorzügen der flüssigen Luft nicht in Betracht kommen. Der erste Fall ist bisher nur bei wissenschaftlichen Arbeiten eingetreten; in der Industrie sind nur vereinzelte kryochemische Tastversuche gemacht worden. Mit dem letzteren Fall hat man es beispielsweise bei den medizinischen Anwendungen zu thun, welche zur Heilung gewisser chirurgischer Erkrankungen, wie Fussgeschwüre, Lupus, Karbunkel u. s. w. versucht worden sind auf Grund der Einwirkungen auf Infektionsprozesse, welche von länger andauernden Hyperämien begleitet sind, wie sie durch sekundenlange Aufspritzungen hervorgerufen werden. Sodann kann er in Frage kommen für Luxuszwecke (z. B. auf der Speisetafel, zur Abkühlung und Ventilation von Räumen unter gewissen Bedingungen u. s. w.).

Eng begrenzt wie das eben besprochene Gebiet ist auch dasselbe für die Anwendung flüssiger Luft zu motorischen Zwecken. Aus dem allgemeinen Wärmevorrat der Umgebung vermag sie Energie (etwa 110 Kal. pro Kilogramm) aufzunehmen und zum Teil in mechanische Arbeit umzusetzen. Allein nur etwa 3 bis 4 Proz. der zur Verflüssigung aufgewendeten Arbeit können hierbei wieder gewonnen werden. Nur vereinzelte Fälle wird es also geben, in welchen besondere Eigenschaften dieser motorischen Leistung ihren ausserordentlich ungünstigen Wirkungsgrad überbieten werden, z. B. bei Arbeiten unter Wasser (Torpedos, Unterseeboote, Taucherarbeiten u. s. w.), eventuell auch bei solchen unter Tag. Günstiger gestaltet sich die Sache, wenn man die Vergasung flüssiger Luft unter Druck kombiniert mit der Verbrennung geeigneter Substanzen z. B. Petroleum. Man kann hierdurch Kraftmaschinen herstellen, welche zwar niemals in absolutem Sinn rationell arbeiten, dafür aber den für manche Fälle überwiegenden Vorzug eines verminderten Konstruktionsgewichtes haben werden, weil einerseits die Organe für die Kompression wegfallen und andererseits nicht die Differenz der Expansions- und Kompressionsarbeit, sondern die volle Expansionsarbeit als Nutzarbeit zur Geltung kommt. Solche Kraftmaschinen mögen unter Bedingungen sich brauchbar erweisen, wie sie beispielsweise bei den Motorwagen vorliegen.

Eine motorische Leistung anderer Art weist flüssige Luft auf, wenn sie in Mischung mit oxydierbaren Substanzen zur Herstellung von Sprengstoffen verwendet wird. Hierbei kommt bereits die für das dritte Anwendungsgebiet entscheidende Erscheinung in Betracht, dass bei der Verdampfung flüssiger Luft die Verdampfungsprodukte stets reicher an Stickstoff sind, wie die Flüssigkeit, so dass letzere um so sauerstoffreicher wird, je länger die Verdampfung andauert. So stellt sich die Mischung solcher sauerstoffreicher Flüssigkeit mit Mineralöl (welches durch Kieselguhr oder Korkkohlepulver aufgesaugt ist) als ein Stoff dar, welcher mit den brisantesten in der Technik angewendeten Sprengmitteln wetteifert. Der Umstand aber, dass von dem Moment an, in welchem die mit demselben gefüllten Patronen aus der flüssigen Luft herausgenommen werden, eine Verdampfung beginnt, welche bis zum Momente der Detonation die Zusammensetzung des Sprengstoffes ändert und seine Ladedichte vermindert, macht die Handhabung schwierig, so dass die bisherigen (im Simplon-Tunnel ausgeführten) Vorversuche noch keine Entscheidung über die Grenzen seiner praktischen Verwendungsfähigkeit gebracht haben. Selbstredend ist dieselbe auch dadurch beschränkt, dass nur da der Vorzug dieses Sprengstoffes, nämlich sein geringer Herstellungspreis, erreicht sein wird, wo eine grössere Verflüssigungsanlage dauernde und regelmässige Beschäftigung findet.

Werden bei der Verdampfung flüssiger Luft in der ersten Periode die Verdampfungsprodukte gesammelt, so erhält man ein stickstoffreiches, in der zweiten Periode aber ein sauerstoffreiches Gasgemisch. Führt man die Verdampfung so durch, dass die hierbei „frei werdende Kälte" zur Kondensation einer gleichen Menge von atmosphärischer Luft verwendet wird, so beschränkt sich der Arbeitsverbrauch auf das zur Deckung der unvermeidlichen Kälteverluste erforderliche Mass. Die bisherigen Versuchsergebnisse stellen in Aussicht, dass bei nicht zu geringer Produktionsmenge 1 cbm Gas mit 50 Proz. Sauerstoff pro Stunde und Pferdestärke erzielbar sein wird. Bei sehr grossen Produktionsmengen wird sich die relative Leistung entsprechend erhöhen. Die konstruktive Lösung dieser Aufgabe ist im laufenden Jahre begonnen worden, bedarf aber zu ihrer Vollendung jedenfalls noch längerer Zeit. Unter allen Anwendungen des Luftverflüssigungsverfahrens dürfte die Herstellung sauerstoffreicher Gasgemische die wichtigste sein. Vorschläge verschiedener Art für die Benutzung solcher sauerstoffreicher Gasgemische sind von hervor-

ragenden Chemikern (insbesondere von Hempel[1]) gemacht worden, worauf hier verwiesen sei.

(Selbstreferat des Vortragenden.)

(Eingegangen 19. Oktbr. 1899.)

H. Lorenz (Halle). Über den Ungleichförmigkeitsgrad von Dampfmaschinen.

Bei allen Motoren, insbesondere der Dampfmaschine, ist es erwünscht, die Winkelgeschwindigkeit der Triebwelle möglichst nahe konstant zu erhalten, also den Ungleichförmigkeitsgrad, d. h. die Differenz der grössten und kleinsten während einer Umdrehung auftretenden Winkelgeschwindigkeit dividiert durch die mittlere so klein als möglich zu machen. Um festzustellen, wie weit diese Forderung an ausgeführten bezw. durch Konstruktionszeichnungen gegebenen Maschine erfüllt ist, bedient man sich meist eines graphischen Verfahrens, indem man aus dem nach Durchlaufen eines bestimmten Bogens φ der Kurbel von ihrer Totlage aus im Getriebe angehäuften Energieüberschuss den Zuwachs der Winkelgeschwindigkeit ε ermittelt. Für die Aufzeichnung des Diagrammes für ε, bezw. die Berechnung der absoluten Werte muss man alsdann wenigstens für eine Kurbelstellung, z. B. für die Totpunktslage diese Werte kennen. Mangels dieser Kenntnis nahm man dann für diese Lage einfach die durch die Umdrehungszahl von vornherein gegebene mittlere Winkelgeschwindigkeit ε_m an. Dies Verfahren ist nun unrichtig und sollte angesichts der Bedeutung dieser Frage für den Betrieb von Dynamos und Schraubenschiffen durch ein genaueres ersetzt werden.

Bezeichnet man nämlich an einer liegenden Eincylindermaschine die Winkelgeschwindigkeit im inneren Polpunkte mit ε_o, weiter mit φ den Bogen, nach dessen Durchlaufen die Winkelgeschwindigkeit ε erreicht ist, mit m die hin- und hergehende Masse und mit M die viel grössere, auf den Kurbelradius r bezogene rotierende, so ergiebt sich aus der Differenz $L - W$ der aufgewendeten und abgeleiteten Arbeit angenähert

$$\varepsilon_o = \varepsilon_m \left(1 + \frac{m}{4M}\right) - \frac{1}{M r^2 \varepsilon_o^2} \int_0^{2\pi} (L - W)\, d\varphi\,.$$

Hierin bestimmt sich $L - W$ graphisch aus dem Drehkraft- und Widerstandsdiagramm, wobei noch zu bemerken ist, dass das Integral in vielen Fällen verschwindet.

Unter Verwendung mehrcylindriger Maschinen mit Kurbelschleifen ist es sogar theoretisch möglich, eine ideale Gleichförmigkeit des Ganzen zu erzielen, wenn die Drehkraft an der Kurbel für jedes einzelne Getriebe etwa durch die Funktion

$$T = A_0 + A_2 \cos 2\varphi + B_2 \sin 2\varphi$$

dargestellt werden kann. Bezeichnet man dann die Schränkungswinkel der einzelnen Kurbeln gegen die erste mit $\alpha_2, \alpha_3 \ldots \alpha_n$, weiter das Verhältnis der indizierten Arbeit der einzelnen Cylinder zu der des ersten (welcher die erste Kurbel treibt) mit $\lambda_2, \lambda_3 \ldots \lambda_n$, und schliesslich mit $k_2, k_3 \ldots k_n$ das Verhältnis der Admissionsüberdrucke in diesen Cylindern zu demjenigen im ersten, so ergiebt sich aus der Gleichung für die lebendige Kraft, dass die mit Funktionen von φ behafteten Glieder verschwinden, wenn die Bedingungen

$$\frac{4}{\pi} \Sigma \lambda \sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \Sigma k \, im \, 2\alpha$$

$$\frac{4}{\pi} \Sigma \lambda \cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \Sigma k \cos 2\alpha$$

erfüllt sind und wenn die Maschine selbst nach Schlickscher Methode ausbalanciert ist. Diese Bedingungen führen übrigens bei gegebenen Schränkungswinkeln stets auf eine ungleiche Arbeitsverteilung auf die einzelnen Cylinder, lassen aber in dieser Verteilung bei mehr als zwei Cylindern dem Konstrukteur einen ziemlich grossen Spielraum für die Berücksichtigung anderer Verhältnisse.

Eine eingehende Herleitung der vorstehenden Beziehung verbunden mit Beispielen für ihre praktische Verwendung wird demnächst in der Zeitschrift für Mathematik und Physik, bezw. der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure vom Verfasser veröffentlicht werden.

(Selbstreferat des Vortragenden.)

(Eingegangen 7. Novbr. 1899.)

1) Chemische Industrie, Jahrg. 1899, No. 1.

REFERATE.

Allgemeine Chemie.

Besorgt von Privatdocent Dr. **A. Coehn.**

Max Reinganum, Theorie und Aufstellung einer Zustandsgleichung. (Göttinger Inaug.-Diss. 1898.)

Die Untersuchung gliedert sich in folgender Weise.

1. Prüfung der van der Waalsschen Theorie. Hier handelt es sich besonders um zwei Fragen: die Frage nach der Gültigkeit des Gesetzes der korrespondierenden Zustände und die nach der wirklichen Variabilität der van der Waalsschen Grössen a und b mit Volumen und Temperatur. Die erste Frage wird vornehmlich mit Hilfe der Methode von Raveau (Journ. de Phys. [3] 6, S. 432, 1897) dahin entschieden, dass das Gesetz der korrespondierenden Zustände hinreichend gut erfüllt ist, um für die „nicht polymerisierten Flüssigkeiten" eine gemeinsame Zustandsgleichung, die für jeden Körper nur drei specielle Konstanten enthält, aufzustellen. Die Variabilität von a und b mit Volumen und Temperatur gelingt dem Verfasser dadurch aufzufinden, dass er für verschiedene Volumina und Temperaturen a aus der inneren Ausdehnungswärme berechnet, worauf sich durch Einsetzen von a in die van der Waalssche Gleichung b ergiebt. Auf diese Weise zeigt sich, dass a und b durchaus keine Konstanten sind, sondern in erster Linie vom Volumen, in zweiter von der Temperatur abhängen. Der Nachweis geschieht an dem umfangreichen, von Young und von Amagat erbrachten Beobachtungsmaterial.

2. Die theoretische Grundlage der Zustandsgleichung. Nachdem die Notwendigkeit gezeigt ist, eine genauere Zustandsgleichung aufzustellen, wird die Lösung des Problems durch Ergänzung der Theorie versucht. Einerseits wird die Boltzmann-Jägersche Volumkorrektion, die bis zu Gliedern zweiten Grades theoretisch genau ist, eingeführt. Andererseits werden verschiedene Konsequenzen der gastheoretischen Vorstellungen, die bisher unbemerkt geblieben sind, in Rücksicht gezogen. Es handelt sich hier um die Konsequenzen der Annahme, dass sich im Innern eines Gases oder einer Flüssigkeit die Kräfte nicht völlig aufheben, sondern dass vor jedem Stoss zweier Moleküle Beschleunigungen auftreten müssen, die um so grösser sind, je geringer die Dichte der Flüssigkeit ist. Dieser Einfluss, der am Virial der inneren Kräfte und an der Volumkorrektion eine Veränderung verursacht, wird durch Anwendung des Virialsatzes und eines Satzes von Boltzmann über die räumliche Verteilung von mit Kräften begabten Punkten berechnet.

3. Aufstellung einer neuen Zustandsgleichung auf Grund der vervollständigten kinetischen Theorie. Hierbei wurde wegen Unkenntnis des Wirkungsgesetzes der molekularen Kräfte ein teilweise empirischer Weg eingeschlagen, d. h. gewisse Glieder der Gleichung haben als Ganzes theoretische Bedeutung, während die Funktionen, aus denen sie sich zusammensetzen, empirisch gefunden sind. Ausgangskörper war das von Young untersuchte Isopentan. Die Gleichung lautet:

$$\left(p + \frac{a \cdot e^{\frac{0{,}0345\, aM\left[(v-2\beta)^3 + 12{,}2\frac{\beta^4}{v}\right]}{\beta v^3 RT}}}{v^2}\right)\left(v - \beta e^{\frac{0{,}0726\, aM\left[(v-2\beta)^3 + 3{,}34\frac{\beta^4}{v}\right]}{\beta v^3 RT}}\right)^4 = \frac{RT v^3}{M}.$$

(S. S. 102 der Diss.)

Abgekürzt kann man schreiben:

$$\left(p + \frac{a'}{v^2}\right)(v - b')^4 = \frac{RT v^3}{M}.$$

M = Molekulargewicht.
R = 62240.
e = Basis der natürlichen Logarithmen.

Das Gesetz der korrespondierenden Zustände ist für die obige Zustandsgleichung erfüllt.

4. Prüfungen der Zustandsgleichung.

a) Graphischer Nachweis, dass die aus der Gleichung folgende logarithmische Isothermenschar mit den empirischen koincidiert.

b) Vergleich des theoretischen Verlaufs des Dampfdruckes und der Ausdehnung von Flüssigkeit und Dampf mit den empirischen Daten.

c) Berechnung von Verdampfungswärmen bei verschiedenen Temperaturen aus der Gleichung. Alle Prüfungen ergeben eine ausserordentliche Übereinstimmung der Gleichung mit der Erfahrung.

5. In einem Anhang wird kurz im wesentlichen in Übereinstimmung mit Sutherland die Beziehung der Zustandsgleichung zur Theorie der inneren Reibung gegeben, wobei die bekannte scheinbare Abnahme des Moleküldurchmessers mit steigender Temperatur ihre Erklärung findet. Es wird gezeigt, dass die Grösse dieser scheinbaren Abnahme sich aus der kritischen Temperatur der einzelnen Gase vorausberechnen lässt.

In Bezug auf alle Einzelheiten muss auf die Dissertation verwiesen werden. *R.*

Für die Redaktion verantwortlich Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.